

**10 клас (ДР)**

**1.** Близнюки Петрик та Остап посварилися і стали ходити з дому до школи різними шляхами. Петрик спочатку йде 210 метрів на південь, а далі 70 метрів на схід і потрапляє до школи. Остап спочатку йде певний час на північ, а далі по прямій до школи. Скільки саме метрів Остап йде на північ, якщо близнюки ходять з однаковою швидкістю і приходять до школи одночасно?

**2.** Є 12 стільців, розташованих в одну лінію та перенумеровані зліва направо числами 1; 2; ...; 12. Отець Федір може стрибати по цих стільцях за такими правилами: зі стільця з номером  $k$  він може стрибнути на стілець з номером  $n$  тоді і тільки тоді, коли  $|k - n| = 5$  або  $|k - n| = 8$ . Відомо, що отець Федір, розпочавши з деякого стільця, зміг пострибати по них так, що побував на кожному стільці рівно 1 раз. Із стільця з яким номером отець Федір мав почати стрибати?

**3.** Квадратний тричлен  $f(x) = ax^2 + bx + c$  з цілими коефіцієнтами для кожного цілого значення  $x$  ділиться націло на натуральне число  $N$ . Чи обов'язково на  $N$  ділиться кожний з коефіцієнтів тричлена  $f(x)$ , якщо

**а)**  $N = 2016$ ;                      **б)**  $N = 2017$ ?

**4.** На сторонах  $AB$  та  $AD$  квадрату  $ABCD$  вибрані точки  $N$  та  $P$  відповідно таким чином, що  $PN = NC$ , точка  $Q$  – точка на відрізку  $AN$ , для якої  $\angle NCB = \angle QPN$ . Доведіть, що  $\angle BCQ = \frac{1}{2} \angle PQA$ .

**5.** Для додатних чисел  $a, b, c$ , що задовольняють умову  $a + b + c = 1$ , доведіть нерівність:

$$\frac{a}{a+b^2} + \frac{b}{b+c^2} + \frac{c}{c+a^2} \leq \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right).$$

17 січня 2016 р.

На виконання завдання відводиться 4 години  
Кожна задача оцінюється в 7 балів

**Подальша інформація про олімпіаду буде наведена на сайті**  
**[www.matholymp.com.ua](http://www.matholymp.com.ua)**

**10 клас (ДР)**

**1.** Близнюки Петрик та Остап посварилися і стали ходити з дому до школи різними шляхами. Петрик спочатку йде 210 метрів на південь, а далі 70 метрів на схід і потрапляє до школи. Остап спочатку йде певний час на північ, а далі по прямій до школи. Скільки саме метрів Остап йде на північ, якщо близнюки ходять з однаковою швидкістю і приходять до школи одночасно?

**2.** Є 12 стільців, розташованих в одну лінію та перенумеровані зліва направо числами 1; 2; ...; 12. Отець Федір може стрибати по цих стільцях за такими правилами: зі стільця з номером  $k$  він може стрибнути на стілець з номером  $n$  тоді і тільки тоді, коли  $|k - n| = 5$  або  $|k - n| = 8$ . Відомо, що отець Федір, розпочавши з деякого стільця, зміг пострибати по них так, що побував на кожному стільці рівно 1 раз. Із стільця з яким номером отець Федір мав почати стрибати?

**3.** Квадратний тричлен  $f(x) = ax^2 + bx + c$  з цілими коефіцієнтами для кожного цілого значення  $x$  ділиться націло на натуральне число  $N$ . Чи обов'язково на  $N$  ділиться кожний з коефіцієнтів тричлена  $f(x)$ , якщо

**а)**  $N = 2016$ ;                      **б)**  $N = 2017$ ?

**4.** На сторонах  $AB$  та  $AD$  квадрату  $ABCD$  вибрані точки  $N$  та  $P$  відповідно таким чином, що  $PN = NC$ , точка  $Q$  – точка на відрізку  $AN$ , для якої  $\angle NCB = \angle QPN$ . Доведіть, що  $\angle BCQ = \frac{1}{2} \angle PQA$ .

**5.** Для додатних чисел  $a, b, c$ , що задовольняють умову  $a + b + c = 1$ , доведіть нерівність:

$$\frac{a}{a+b^2} + \frac{b}{b+c^2} + \frac{c}{c+a^2} \leq \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right).$$

17 січня 2016 р.

На виконання завдання відводиться 4 години  
Кожна задача оцінюється в 7 балів

**Подальша інформація про олімпіаду буде наведена на сайті**  
**[www.matholymp.com.ua](http://www.matholymp.com.ua)**