

11 клас (СР)

1. Порівняйте три числа: $A=11$, $B=\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \dots \cdot \log_{2015} 2016$ та $C=\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \cdot \dots \cdot \log_{2016} 2015$.

2. Квадратний тричлен $f(x)=ax^2+bx+c$ з цілими коефіцієнтами для кожного цілого значення x ділиться націло на натуральне число 2017. Чи обов'язково на 2017 ділиться націло кожний з коефіцієнтів тричлена $f(x)$?

3. Знайдіть усі трійки додатних чисел a, b, c , що задовольняють умови:

$$ab\left(1-\frac{c^2}{(a+b)^2}\right)=bc\left(1-\frac{a^2}{(b+c)^2}\right)=ca\left(1-\frac{b^2}{(c+a)^2}\right).$$

4. У гострокутному різносторонньому трикутнику ABC проведено медіану AM . Її продовження перетинає описане коло w цього трикутника в точці P . Нехай AN_1 – висота $\triangle ABC$, N – точка перетину його висот. Промені MN та PN_1 перетинають коло w у точках K та T відповідно. Доведіть, що описане коло $\triangle KTN_1$ дотикається до відрізка BC .

5. Для яких натуральних $n \geq 3$ можна за скінченну кількість кроків з набору чисел $1; 2; \dots; n$ отримати набір з n однакових чисел, якщо за один крок можна вибирати два довільних числа та збільшити кожне з них на довільне однакове натуральне число?

17 січня 2016 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

Подальша інформація про олімпіаду буде наведена на сайті

www.matholymp.com.ua

11 клас (СР)

1. Порівняйте три числа: $A=11$, $B=\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \dots \cdot \log_{2015} 2016$ та $C=\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \cdot \dots \cdot \log_{2016} 2015$.

2. Квадратний тричлен $f(x)=ax^2+bx+c$ з цілими коефіцієнтами для кожного цілого значення x ділиться націло на натуральне число 2017. Чи обов'язково на 2017 ділиться націло кожний з коефіцієнтів тричлена $f(x)$?

3. Знайдіть усі трійки додатних чисел a, b, c , що задовольняють умови:

$$ab\left(1-\frac{c^2}{(a+b)^2}\right)=bc\left(1-\frac{a^2}{(b+c)^2}\right)=ca\left(1-\frac{b^2}{(c+a)^2}\right).$$

4. У гострокутному різносторонньому трикутнику ABC проведено медіану AM . Її продовження перетинає описане коло w цього трикутника в точці P . Нехай AN_1 – висота $\triangle ABC$, N – точка перетину його висот. Промені MN та PN_1 перетинають коло w у точках K та T відповідно. Доведіть, що описане коло $\triangle KTN_1$ дотикається до відрізка BC .

5. Для яких натуральних $n \geq 3$ можна за скінченну кількість кроків з набору чисел $1; 2; \dots; n$ отримати набір з n однакових чисел, якщо за один крок можна вибирати два довільних числа та збільшити кожне з них на довільне однакове натуральне число?

17 січня 2016 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

Подальша інформація про олімпіаду буде наведена на сайті

www.matholymp.com.ua