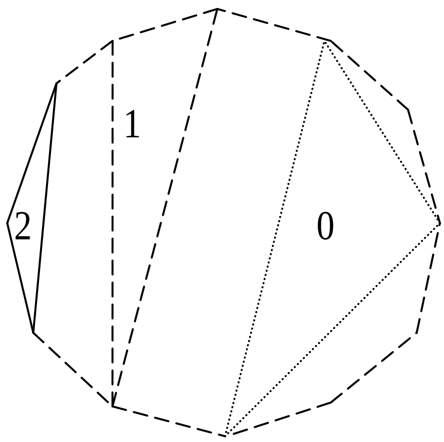
Міністерство освіти і науки України
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Завдання III етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 2015-2016 рік

8 клас (ВР)

1. Скільки існує трицифрових чисел з ненульовими цифрами, які мають таку властивість: при будь-якій перестановці цифр отримаємо трицифрове число, що ділиться націло на 4?

2. Знайдіть принаймні одну пару натуральних чисел (x, y), що задовольняє рівність: $\frac{x^2 - y^3}{2} = 2016$.

3. Андрій, Богдан та Олеся йшли однією дорогою від будинку до школи. Андрій йшов зі швидкістю a км/год протягом $(2-b)$ годин, Богдан йшов зі швидкістю b км/год протягом $(2-c)$ годин, Олеся йшла зі швидкістю c км/год протягом $(2-a)$ годин, де a, b, c – деякі, необов'язково цілі, числа. Яка відстань між будинком та школою, якщо відомо, що вона вимірюється цілою кількістю кілометрів?



4. На колі вибрані 2016 точок. Вони послідовно з'єднані за рухом годинникової стрілки таким чином, що утворився 2016-кутник. Аліса та Базиліо по черзі (розпочинає Базиліо) проводять в ньому діагоналі, які можуть перетинатися лише у вершинах багатокутника, доти, доки це можливо. По завершенню гри, багатокутник буде розбитий на трикутники, які діляться на три типи – нульові, одиничні та двійкові, в залежності від того, скільки із сторін трикутника співпадає зі сторонами заданого багатокутника (рис.). За кожний нульовий трикутник у прикінцевому розподілі Аліса отримує 1 золотий, а Базиліо отримує 1 золотий за кожний двійковий трикутник. Хто з них може отримати більше золотих та на скільки при правильній грі обох?

5. У трикутнику ABC проведено бісектриси AD та BE. Доведіть, що $\angle ACB = 60°$ тоді і тільки тоді, коли $AE + BD = AB$.

17 січня 2016 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

Подальша інформація про олімпіаду буде наведена на сайті
www.matholymp.com.ua

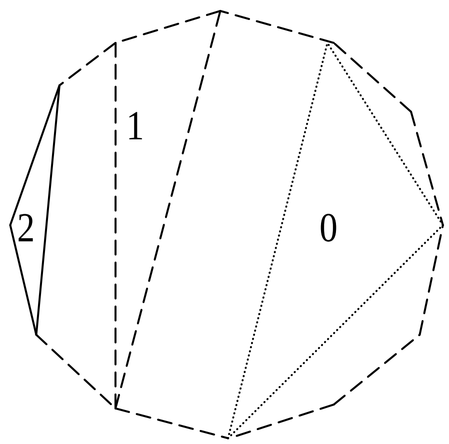
Міністерство освіти і науки України
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Завдання III етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 2015-2016 рік

<u>8 клас</u> (ВР)

1. Скільки існує трицифрових чисел з ненульовими цифрами, які мають таку властивість: при будь-якій перестановці цифр отримаємо трицифрове число, що ділиться націло на 4?

2. Знайдіть принаймні одну пару натуральних чисел (x, y), що задовольняє рівність: $\frac{x^2 - y^3}{2} = 2016$.

3. Андрій, Богдан та Олеся йшли однією дорогою від будинку до школи. Андрій йшов зі швидкістю a км/год протягом $(2-b)$ годин, Богдан йшов зі швидкістю b км/год протягом $(2-c)$ годин, Олеся йшла зі швидкістю c км/год протягом $(2-a)$ годин, де a, b, c – деякі, необов'язково цілі, числа. Яка відстань між будинком та школою, якщо відомо, що вона вимірюється цілою кількістю кілометрів?



4. На колі вибрані 2016 точок. Вони послідовно з'єднані за рухом годинникової стрілки таким чином, що утворився 2016-кутник. Аліса та Базиліо по черзі (розпочинає Базиліо) проводять в ньому діагоналі, які можуть перетинатися лише у вершинах багатокутника, доти, доки це можливо. По завершенню гри, багатокутник буде розбитий на трикутники, які діляться на три типи – нульові, одиничні та двійкові, в залежності від того, скільки із сторін трикутника співпадає зі сторонами заданого багатокутника (рис.). За кожний нульовий трикутник у прикінцевому розподілі Аліса отримує 1 золотий, а Базиліо отримує 1 золотий за кожний двійковий трикутник. Хто з них може отримати більше золотих та на скільки при правильній грі обох?

5. У трикутнику ABC проведено бісектриси AD та BE. Доведіть, що $\angle ACB = 60°$ тоді і тільки тоді, коли $AE + BD = AB$.

17 січня 2016 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

Подальша інформація про олімпіаду буде наведена на сайті
www.matholymp.com.ua