

10 клас (ВР)

1. Близнюки Петрик та Остап посварилися і стали ходити з дому до школи різними шляхами. Петрик спочатку йде 210 метрів на південь, а далі 70 метрів на схід і потрапляє до школи. Остап спочатку йде певний час на північ, а далі по прямій до школи. Скільки саме метрів Остап йде на північ, якщо близнюки ходять з однаковою швидкістю і приходять до школи одночасно?

2. Є 12 стільців, розташованих в одну лінію та перенумеровані зліва направо числами 1; 2; ...; 12. Отець Федір може стрибати по цих стільцях за такими правилами: зі стільця з номером k він може стрибнути на стілець з номером n тоді і тільки тоді, коли $|k - n| = 5$ або $|k - n| = 8$. Відомо, що отець Федір, розпочавши з деякого стільця, зміг пострибати по них так, що побував на кожному стільці рівно 1 раз. Із стільця з яким номером отець Федір мав почати стрибати?

3. Квадратний тричлен $f(x) = ax^2 + bx + c$ з цілими коефіцієнтами для кожного цілого значення x ділиться націло на натуральне число N . Чи обов'язково на N ділиться кожний з коефіцієнтів тричлена $f(x)$, якщо

а) $N = 2016$; **б)** $N = 2017$?

4. На колі з діаметром AB вибрали та зафіксували точку M . Після цього обирається точка Q_i , для якої хорда MQ_i перетинає AB у точці K_i і при цьому $\angle MK_iB < 90^\circ$. Хорда, яка перпендикулярна AB та проходить через точку K_i , перетинає пряму BQ_i в точці P_i . Доведіть, що точки P_i при усіх можливих виборах точки Q_i лежать на одній прямій.

5. Для довільних дійсних чисел x, y, z , що належать проміжку $[0; 1]$, доведіть нерівність

$$(x^4 + y^4 + z^4) + (x^5 + y^5 + z^5) + (x - y)^6 + (y - z)^6 + (z - x)^6 \leq 6.$$

17 січня 2016 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

Подальша інформація про олімпіаду буде наведена на сайті

www.matholymp.com.ua

10 клас (ВР)

1. Близнюки Петрик та Остап посварилися і стали ходити з дому до школи різними шляхами. Петрик спочатку йде 210 метрів на південь, а далі 70 метрів на схід і потрапляє до школи. Остап спочатку йде певний час на північ, а далі по прямій до школи. Скільки саме метрів Остап йде на північ, якщо близнюки ходять з однаковою швидкістю і приходять до школи одночасно?

2. Є 12 стільців, розташованих в одну лінію та перенумеровані зліва направо числами 1; 2; ...; 12. Отець Федір може стрибати по цих стільцях за такими правилами: зі стільця з номером k він може стрибнути на стілець з номером n тоді і тільки тоді, коли $|k - n| = 5$ або $|k - n| = 8$. Відомо, що отець Федір, розпочавши з деякого стільця, зміг пострибати по них так, що побував на кожному стільці рівно 1 раз. Із стільця з яким номером отець Федір мав почати стрибати?

3. Квадратний тричлен $f(x) = ax^2 + bx + c$ з цілими коефіцієнтами для кожного цілого значення x ділиться націло на натуральне число N . Чи обов'язково на N ділиться кожний з коефіцієнтів тричлена $f(x)$, якщо

a) $N = 2016$; **б)** $N = 2017$?

4. На колі з діаметром AB вибрали та зафіксували точку M . Після цього обирається точка Q_i , для якої хорда MQ_i перетинає AB у точці K_i і при цьому $\angle MK_iB < 90^\circ$. Хорда, яка перпендикулярна AB та проходить через точку K_i , перетинає пряму BQ_i в точці P_i . Доведіть, що точки P_i при усіх можливих виборах точки Q_i лежать на одній прямій.

5. Для довільних дійсних чисел x, y, z , що належать проміжку $[0; 1]$, доведіть нерівність

$$(x^4 + y^4 + z^4) + (x^5 + y^5 + z^5) + (x - y)^6 + (y - z)^6 + (z - x)^6 \leq 6.$$

17 січня 2016 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

Подальша інформація про олімпіаду буде наведена на сайті
www.matholymp.com.ua